

Lista de Exercícios 3

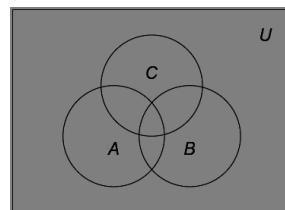
1) Liste os elementos dos seguintes conjuntos:

- (a) $\{x \mid x \text{ é um número real e } x^2 = 1\}$
- (b) $\{x \mid x \text{ é um inteiro positivo menor do que } 12\}$
- (c) $\{x \mid x \text{ é o quadrado de um inteiro e } x < 100\}$
- (d) $\{x \mid x \text{ é um inteiro tal que } x^2 = 2\}$
- (e) $\{x \mid \exists y (y \in \{1, 2, 3, 4\} \text{ e } x = y^3)\}$
- (f) $\{x \mid x \text{ é múltiplo de } 4\}$

2) Descreva cada um dos seguintes conjuntos, atribuindo-lhes uma propriedade específica:

- (a) $S = \{1, 4, 9, 16\}$
- (b) $S = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$
- (c) $S = \{\text{Programação I, Programação II, Algoritmos e Estruturas de Dados I, Algoritmos e Estruturas de Dados II, Técnicas de Programação, Projeto e Análise de Algoritmos}\}$
- (d) $S = \{7, 9, 11, 13, 15, 17, \dots\}$

3) Sejam os conjuntos: $A = \{x \mid x \text{ é par positivo e } x < 15\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 15\}$ e $C = \{x \mid x < 15 \text{ e } x \text{ é primo}\}$. Insira os elementos correspondentes no diagrama de Euler-Venn:



4) Escreva explicitamente os elementos dos seguintes conjuntos:

- a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } x^2 - 7x + 10 = 0\}$
- b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } 2 \leq x \leq 25 \text{ e } x \text{ é primo}\}$
- c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } x^2 - 3x = 0\}$

5) Descreva cada um dos conjuntos através de uma relação de recorrência:

- a) $A = \{1, 6, 11, 16, \dots\}$
- b) $B = \{7, 4, 1, -2, \dots\}$
- c) $C = \{4, 2, 1, 1/2, \dots\}$
- d) $D = \{3, 9/2, 81/8, \dots\}$

6) Sendo $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ e $D = \{1, 2, 3, 4\}$, classifique em V ou F cada sentença abaixo e justifique.

- (a) $A \subset D$
- (b) $A \subset B$
- (c) $B \subset C$
- (d) $D \supset B$
- (e) $C = D$
- (f) $A \not\subset C$

7) Faça um diagrama de Euler-Venn que simbolize a seguinte situação: A, B, C, D são conjuntos não vazios e $D \subset C \subset B \subset A$.

8) De a cardinalidade e construa o conjunto das partes dos seguintes conjuntos:

- a) $A = \{1, 2\}$
- b) $B = \{a, e, i, o, u\}$
- c) $C = \emptyset$

9) Classifique em V ou F:

- | | |
|--|--|
| (a) $\emptyset \subset (A \cap B)$ | (b) $\emptyset \subset (A \cup B)$ |
| (c) $(A \cup B) \subset A$ | (d) $A \subset (A \cap B)$ |
| (e) $A \supset (A \cup B)$ | (f) $A \in (A \cap B)$ |
| (g) $(A \cup B) \subset (A \cup B)$ | (h) $(A \cap B) \subset (A \cap B)$ |
| (i) $B \subset (A \cup B)$ | (j) $(A \cap B) \subset B$ |
| (k) $(A \cup B) \subset (A \cup B \cup C)$ | (l) $(A \cap B) \supset (A \cap B \cap C)$ |

10) Dados os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, d, e\}$ e $C = \{c, e, f\}$, descreva:
 $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ e $A \cap B \cap C$.

11) Dados os conjuntos: $A = \{1, 3, 5\}$ e $B = \{1, 2, 3\}$, determine:

- $A - B$
- $B - A$

12) Sejam $U(\text{universo}) = \{n \in \mathbb{N} : 0 \leq n \leq 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : (x - 1)(x - 3)^3 = 0\}$ e $C = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ é ímpar}\}$. Determine:

- $A \cup B$
- $A \cap (B \cup C)$
- $C - A$
- $\bar{A} \cup C$
- a cardinalidade de A , B e C

13) Encontre A e B , se $A - B = \{1, 5, 7, 8\}$, $B - A = \{2, 10\}$, e $A \cap B = \{3, 6, 9\}$.

14) Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ e $C = \{2, 4, 5, 7\}$, obtenha um conjunto X tal que $X \subset A$ e $A - X = B \cap C$.

15) Seja $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ ou } 2x - 1 = 9\}$ e o conjunto universo $U = \mathbb{Z}^+$. Determine $\bar{A}$.

16) Desenhe um diagrama de Euler-Venn representando quatro conjuntos, A , B , C e D , não vazios, de modo que se tenha: $A \not\subset B$, $B \not\subset A$, $C \supset (A \cup B)$ e $D \subset (A \cap B)$

17) Seja $\mathbb{R}$, o conjunto dos números reais. Considere os seguintes subconjuntos de $\mathbb{R}$:

- | | |
|--|---------------------------------------|
| • $(a, b) = \{x : a < x < b\}$ (intervalo aberto); | • $(-\infty, a] = \{x : x \leq a\}$, |
| • $[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$ (intervalo fechado); | • $(a, \infty) = \{x : a < x\}$, |
| • $(a, b] = \{x : a < x \leq b\}$ (int. fechado à direita), | • $[a, \infty) = \{x : a \leq x\}$, |
| • $[a, b) = \{x : a \leq x < b\}$ (int. fechado à esquerda), | • $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$, |
| • $(-\infty, a) = \{x : x < a\}$, | |

Calcule

- $[1, 3] \cap (2, 4)$.
- $(-\infty, 2) \cap [-1, 0]$.

- c) $(-\infty, 2) \cap [-1, 3]$.
- d) $[0, 10] \cup [1, 11]$.
- e) $(0, \infty) \cup (-\infty, 1)$.
- f) $[-3, 0] \cup [0, 3]$.
- g) $\overline{[0, 5]}$

18) Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y\}$ e $C = \{0, 1\}$. Encontre os seguintes produtos cartesianos:

- a) $A \times B$
- b) $C \times A$
- c) $C \times B \times A$
- d) C^3

19) Sejam os conjuntos $A = \{x \mid x \text{ é primo e } x < 30\}$, $B = \{x \mid x \text{ é múltiplo de 2 e } 0 < x \leq 100\}$, $C = \{x \mid x \text{ é uma vogal do alfabeto latino}\}$. Considerando que $|A \times B| = |A| \cdot |B|$, determine:

- a) Qual é a cardinalidade de $A \times B \times C$?
- b) Qual é a cardinalidade de A^2 ?
- c) Qual é a cardinalidade de C^2 ?

20) Quais dos conjuntos a seguir são finitos e quais são infinitos?

- a) O conjunto das linhas do plano que são paralelas ao eixo x
- b) O conjunto das letras do alfabeto.
- c) O conjunto dos múltiplos de 5.
- d) O conjunto das raízes da equação $x^{27} - 2x^{16} + 4x^{12} + 2x^5 - 17 = 0$
- e) O conjunto das circunferências centradas na origem.

21) Sejam $A = \{x \mid \cos(x/2) = 0\}$ e $B = \{x \mid \sin(x) = 0\}$. Prove que $A \subset B$.

22) Sejam $A = \{x \in \mathbb{N}^+ \mid x^3 < 9\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$. Prove que $A = B$.

23) A , B e C são subconjuntos de um conjunto S . Prove as identidades a seguir usando as identidades básicas envolvendo conjuntos.

- a) $(A \cup B) \cap (A \cup B') = A$
- b) $\{[(A \cap C) \cap B] \cup [(A \cap C) \cap B'] \cup (A \cap C)'\} = S$
- c) $(A \cup C) \cap [(A \cap B) \cup (C' \cap B)] = A \cap B$
- d) $A \cap (B \cup A') = B \cap A$