



**INSTITUTO FEDERAL**  
**SANTA CATARINA**



# Lógica Formal

Matemática Discreta

**105**  
ANOS

**REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA**  
1909-2014

Profº Marcelo Maraschin de Souza



# Implicação

As proposições podem ser combinadas na forma “**se** proposição 1, **então** proposição 2”

- Essa proposição composta é denotada por  $\rightarrow$
- Seja proposição 1 dada por A e proposição 2 dada por B, reescrevemos  $A \rightarrow B$ , onde A é o **antecedente** e B é o **consequente**.
- Esse conectivo lógico leva o nome de **implicação** ou **condicional**.



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

# Implicação

- Por convenção,  $A \rightarrow B$  é verdadeira se A for falsa, independentemente do valor lógico de B.

Exemplo: **Se** Fulano foi até a loja de esportes **então** foi até a casa de sua avó.

105  
ANOS

REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA  
1909-2014



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

# Implicação

- Tabela-Verdade

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

105  
ANOS

REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA  
1909-2014



# Bicondicional

As proposições podem ser combinadas na forma “proposição 1 **se, e somente se**, proposição 2”

- Essa proposição composta é denotada por  $\leftrightarrow$
- Seja proposição 1 dada por A e proposição 2 dada por B, reescrevemos  $A \leftrightarrow B$
- Esse conectivo lógico leva o nome de **bicondicional**
- É uma abreviação de  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ .



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

# Bicondicional

## Tabela-Verdade

A	B	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow A$	$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

# Precedência dos Operadores

Para construir uma tabela-verdade, será necessário resolver todas as possíveis combinações de valores lógicos das proposições existentes;

A resolução de um sistema formal deve seguir uma ordem, assim como acontece nas equações matemáticas:

1.  $()$ ,  $\{$
2.  $'$
3.  $\vee$ ,  $\wedge$
4.  $\rightarrow$
5.  $\leftrightarrow$

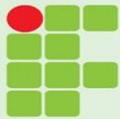
# Precedência dos Operadores

1.  $()$ ,  $\{\}$
2.  $'$
3.  $\vee$ ,  $\wedge$ ,  $\underline{\vee}$
4.  $\rightarrow$
5.  $\leftrightarrow$

Equação Original	Certo	Errado
$A' \vee B$	$(A') \vee B$	$(A \vee B)'$
$A \vee B \rightarrow C$	$(A \vee B) \rightarrow C$	$A \vee (B \rightarrow C)$
$A \wedge B \rightarrow C \leftrightarrow D$	$((A \wedge B) \rightarrow C) \leftrightarrow D$	$A \wedge (B \rightarrow (C \leftrightarrow D))$

# Expressões em Português

Português	Conectivo Lógico	Expressão Lógica
Não A. É falso que A... Não é verdade que A...	Negação	$A'$
E; mas; também; além disso	Conjunção	$A \wedge B$
Ou	Disjunção	$A \vee B$
Ou A, Ou B.	Disjunção exclusiva	$A \oplus B$
Se A, então B. A implica B. A, logo B. A só se B; A somente se B. B segue A A é uma condição suficiente para B; basta A para B. B é uma condição necessária para A.	Condicional	$A \rightarrow B$
A se e somente se B. A é condição necessária e suficiente para B.	Bicondicional	$A \leftrightarrow B$



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

## Exemplos:

“O fogo é uma condição necessária para a fumaça”.

**De que outra maneira podemos escrever?**

“Se houver fumaça, então haverá fogo.”

**Antecedente e consequente?**

105  
ANOS

REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA  
1909-2014

# Negações corretas e incorretas

Proposições	Correta	Incorreta
Vai chover amanhã.	É falso que vá chover amanhã. Não vai chover amanhã	
Pedro é alto e magro.	É falso que Pedro seja alto e magro. Pedro não é alto ou não é magro. Pedro é baixo ou gordo.	Pedro é baixo e gordo. (Pode ser que Pedro não tenha apenas 1 das propriedades)
O rio é raso ou está poluído.	É falso que o rio seja raso ou esteja poluído. O rio não é raso e não está poluído. O rio é fundo e não está poluído.	O rio não é raso ou não está poluído. (Ambas devem ser falsas!)



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

## Negação

Quais das proposições a seguir representa  $P'$  se  $P$  é a proposição: “Julia gosta de manteiga, mas detesta creme”?

- A) Julia detesta manteiga e creme;
- B) Julia não gosta de manteiga nem de creme;
- C) Julia não gosta de manteiga mas adora creme;
- D) Julia não gosta de manteiga ou adora creme.

Faça a tabela-verdade.

# Fórmula Bem Formulada

Uma cadeia, no qual obedece as regras de sintaxe, como

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

é denominada uma **fórmula bem formulada (fbf)**.

Exemplo de fórmula mal formulada,

$$((A' \rightarrow BC$$

Letras maiúsculas do final do alfabeto (P,Q,R,S,...) serão utilizadas para representar fbf's.

Exemplo:  $((A \wedge B) \wedge C) \rightarrow (B \vee C')$  pode ser representada por

$$P \rightarrow Q$$



# Exercícios

1) Faça a tabela-verdade para cada uma das fbf:

a)  $A \vee B' \rightarrow (A \vee B)'$

b)  $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (B \wedge B')$

c)  $(A \vee A') \rightarrow (B \wedge B')$

d)  $[(A \wedge B') \rightarrow C']'$

e)  $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (B' \rightarrow A')$



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

# Tautologia

Uma fbf como a do item E), que assume apenas o valor V, é denominada **tautologia**.

Ou seja, é **verdadeira** independentemente dos valores lógicos atribuídos às proposições.

Exemplo:  $A \vee A'$

“Hoje vai ter sol ou hoje não vai ter sol”.

105  
ANOS

REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA  
1909-2014

# Tautologia

É dita tautológico todo sistema lógico cuja tabela-verdade resulta apenas em valores Verdadeiros:

$A \wedge B \leftrightarrow B \wedge A$ : (comutatividade)

A	B	$A \wedge B$	$B \wedge A$	$\leftrightarrow$
V	V	V	V	V
F	V	F	F	V
V	F	F	F	V
F	F	F	F	V



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

# Contradição

Uma fbf como a do item C), cujo valor lógico é sempre falso, é denominada **contradição**.

Ou seja, é **falsa** independentemente dos valores lógicos atribuídos às proposições.

Exemplo:  $A \wedge A'$

“Hoje é terça-feira e hoje não é terça-feira”.

# Contradição

É dita contradição todo sistema lógico cuja tabela-verdade resulta apenas em valores Falsos:

$$(A \rightarrow B) \wedge (A \wedge B')$$

A	B	$A \rightarrow B$	$A \wedge B'$	$(A \rightarrow B) \wedge (A \wedge B')$
V	V	V	F	<b>F</b>
F	V	V	F	<b>F</b>
V	F	F	V	<b>F</b>
F	F	V	F	<b>F</b>



**INSTITUTO FEDERAL**  
**SANTA CATARINA**

# Contingências

Todo e qualquer sistema lógico que não seja Tautologia ou Contradição, será considerado contingência.

**105**  
ANOS

**REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA**  
1909-2014



# Equivalência

Seja  $P$  e  $Q$  duas fbf's e suponha que a fbf  $P \leftrightarrow Q$  seja uma tautologia. Se fizermos uma tabela-verdade observamos que os valores lógicos de  $P$  e  $Q$  seriam iguais em todas as linhas.

Exemplo:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
F	F	V
F	F	V
V	V	V



# Equivalência

Então, dizemos que  $P$  e  $Q$  são **equivalentes**, denotamos por  $P \Leftrightarrow Q$ .

Ou seja,  $P \Leftrightarrow Q$  se, e somente se,  $P \leftrightarrow Q$  é uma tautologia.

Logo, o item 1-E) é uma equivalência, segue

$$(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (B' \rightarrow A')$$

Quando uma fbf é equivalente a outra, elas podem ser substituídas uma pela outra.



# Algumas Equivalências Tautológicas

- Comutatividade:

$$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$$

$$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$$

- Associatividade:

$$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$$

$$(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$$

- Distributividade:

$$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

$$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

- Elementos neutros:

$$A \vee 0 \Leftrightarrow A$$

$$A \wedge 1 \Leftrightarrow A$$



# Algumas Equivalências Tautológicas

Tabela-verdade elemento neutro B):

A	1	$A^1$	$A^1 \leftrightarrow A$
V	V	V	V
F	V	F	V

- Complementares

$$A \vee A' \Leftrightarrow 1$$

$$A \wedge A' \Leftrightarrow 0$$

# Leis de *De Morgan*

O matemático inglês Augusto De Morgan (1806 – 1871) foi o primeiro a enunciar algumas equivalências lógicas (e de conjuntos). Estas equivalências convertem operações lógicas E em OU e vice-versa e são amplamente utilizadas na construção de sistemas lógicos:

$$(A \vee B)' \Leftrightarrow A' \wedge B'$$

$$(A \wedge B)' \Leftrightarrow A' \vee B'$$

# Leis de *De Morgan*

Na prática, não importa o número de proposições. Ex.:

$$(A \vee B \vee C \vee D)' \Leftrightarrow A' \wedge B' \wedge C' \wedge D'$$

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E)' \Leftrightarrow A' \vee B' \vee C' \vee D' \vee E'$$

# Questões Poscomp (1/7)

**Poscomp[2013, q11]:** Considere as sentenças a seguir:

**P:** Pedro faz as tarefas todos os dias.

**Q:** Pedro terá boas notas no final do ano.

▪ Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a tradução em linguagem simbólica da negação da sentença composta a seguir:

▪ “Se Pedro faz as tarefas todos os dias, então Pedro terá boas notas no final do ano.”

1.  $P \rightarrow Q$
2.  $P \leftrightarrow Q$
3.  $P \wedge \sim Q$
4.  $\sim P \wedge \sim Q$
5.  $\sim P \wedge Q$

# Questões Poscomp (2/7)

**Poscomp[2013, q13]:** Admita que um novo conectivo binário, rotulado pelo símbolo  $\updownarrow$ , seja definido pela tabela-verdade ao lado. Com base nessa definição e nas operações usuais com os conectivos  $\vee$ ,  $\wedge$  e  $\sim$ , considere as afirmativas a seguir.

- I.  $P \updownarrow Q$  é equivalente a  $Q \updownarrow P$ .
- II.  $(P \updownarrow Q) \vee (Q \updownarrow P)$  não é uma contingência.
- III.  $(Q \updownarrow P) \wedge (P \updownarrow Q)$  é uma contradição.
- IV.  $\sim[(Q \updownarrow P) \wedge (P \updownarrow Q)]$  é uma tautologia.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas I e II são corretas.
- b) Somente as afirmativas I e IV são corretas.
- c) Somente as afirmativas III e IV são corretas.
- d) Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
- e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

P	Q	$P \updownarrow Q$
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

# Questões Poscomp (3/7)

9. [MT] Assinale a proposição logicamente equivalente a  $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$

- (a)  $\neg p \wedge (q \vee \neg q)$
- (b)  $\neg p$
- (c)  $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$
- (d)  $(p \vee q) \vee (p \wedge \neg q)$
- (e)  $p$

# Questões Poscomp (4/7)

10. [MT] Considere as seguintes proposições:

(I)  $\neg p \vee q$

(II)  $\neg(p \wedge \neg q)$

(III)  $p \longrightarrow q$

(IV)  $(V \longrightarrow q) \vee (p \longrightarrow F)$

Quais das proposições acima são logicamente equivalentes ?

(a) Somente (I)  $\equiv$  (III)

(b) Somente (I)  $\equiv$  (II)

(c) Somente (I)  $\equiv$  (II)  $\equiv$  (III)

(d) (I)  $\equiv$  (III) e (II)  $\equiv$  (III) mas (III)  $\not\equiv$  (IV)

(e) (I), (II), (III) e (IV) são todas equivalentes.

# Questões Poscomp (5/7)

## Questão 13. [MAT]

A sentença lógica  $A \wedge (B \vee \neg C)$  é equivalente a

- A)  $A \wedge (\neg B \wedge C)$
- B)  $\neg A \vee \neg (B \vee \neg C)$
- C)  $\neg A \vee (\neg B \wedge C)$
- D) Todas as respostas anteriores.
- E) Nenhuma das respostas anteriores.

# Questões Poscomp (6/7)

## Questão 15. [MAT]

Existem três suspeitos de invadir uma rede de computadores: André, Bruna e Carlos. Sabe-se que a invasão foi efetivamente cometida por um ou por mais de um deles, já que podem ter agido individualmente ou não. Sabe-se, ainda, que:

- I. Se André é inocente, então Bruna é culpada.
- II. Ou Carlos é culpado ou Bruna é culpada, mas não os dois.
- III. Carlos não é inocente.

Com base nestas considerações, conclui-se que:

- A) Somente André é inocente.
- B) Somente Bruna é culpada.
- C) Somente Carlos é culpado.
- D) São culpados apenas Bruna e Carlos.
- E) São culpados apenas André e Carlos.

# Questões Poscomp (7/7)

16) Os conectores lógicos  $\vee$ ,  $\rightarrow$  são lidos como “ou” e “implica”. O operador “não” é representado por  $\neg$ . Considerando esta notação, a tabela verdade da proposição  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \vee P)$ , assumindo que a sequência de valores de  $P$  é  $\{V, V, F, F\}$  e a de  $Q$  é  $\{V, F, V, F\}$ , tem os valores:

- a)  $\{F, F, F, F\}$
- b)  $\{V, V, V, V\}$
- c)  $\{V, V, F, V\}$
- d)  $\{F, F, V, V\}$
- e)  $\{V, F, V, F\}$



**INSTITUTO FEDERAL**  
**SANTA CATARINA**



# LÓGICA PROPOSICIONAL

**105**  
ANOS

**REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA**  
1909-2014



# Argumentos Válidos

Um argumento pode ser representado em forma simbólica como

$$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \cdots \wedge P_n \rightarrow Q$$

Onde  $P_1, P_2, P_3 \dots$  são proposições dadas, chamadas de **hipóteses** do argumento, e  $Q$  é a **conclusão**.

Em geral,  $P_i$  e  $Q$  representam fbfs.

Quando que deve ser considerado um argumento válido?



# Argumentos Válidos

*Quando deve ser considerado um argumento válido?*

Q é uma conclusão lógica de  $P_1, \dots, P_n$  sempre que a verdade das proposições  $P_1, \dots, P_n$  implica na verdade de Q.

Considere o argumento (contra-exemplo):

“Dilma Rousseff é a presidente do Brasil. Florianópolis é a capital de Santa Catarina. Portanto, o dia tem 24 horas”.

$$A \wedge B \rightarrow C$$

Duas hipóteses e a conclusão, mas nesse caso **não** consideramos o argumento válido, pois a conclusão é um fato verdadeiro isolado das hipóteses.



# Argumentos Válidos

Um argumento válido deveria ser intrinsecamente verdadeiro, sendo assim, segue definição.

*Definição:* A fbf proposicional

$$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \cdots \wedge P_n \rightarrow Q$$

é um **argumento válido** quando for um tautologia.

*Obs:* no último exemplo o argumento  $(A \wedge B \rightarrow C)$  não é uma tautologia, por isso não era um argumento válido.



# Argumentos Válidos

Exemplo 1)

“Se Dilma Rousseff for presidente do Brasil, então Michel Temer é o vice-presidente. Dilma Rousseff é presidente do Brasil. Portanto, Michel Temer é o vice-presidente do Brasil”.

Duas hipóteses:

1. Se **Dilma Rousseff for presidente do Brasil**, então **Michel Temer é o vice-presidente**
2. **Dilma Rousseff é presidente do Brasil.**

Conclusão:

**Michel Temer é o vice-presidente do Brasil.**

**Representação simbólica:**  $(A \rightarrow B) \wedge A \rightarrow B$ , que é uma tautologia.

# Ex. 2: Validade de Argumentos

Argumento:  $P_1 \wedge P_2 \rightarrow Q$

$P_1$ : "Se está chovendo, então há nuvens."

$P_2$ : "Está chovendo."

Q: "Há nuvens."

Proposições:

A: Está chovendo.

B: Há nuvens

Dedução/validação:

$P_1$ :  $A \rightarrow B$

$P_2$ : A

Q: B

} *Válido?*

# Ex. 3: Validade de Argumentos

Argumento:  $P_1 \wedge P_2 \rightarrow Q$

$P_1$ : “Se está chovendo, então há nuvens.”

$P_2$ : “Há nuvens.”

$Q$ : “Está chovendo.”

Proposições:

A: Está chovendo.

B: Há nuvens

Dedução/validação:

$P_1$ :  $A \rightarrow B$

$P_2$ : B

$Q$ : A

} *Válido?*



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

# Regra de Dedução

Sequência de demonstração:

**Hipóteses:**  $P_1, P_2, \dots, P_n$

**Fbf's:** fbf1, fbf2,...

**Conclusão:** Q.

105  
ANOS

REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA  
1909-2014



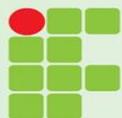
INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

# Lógica Proposicional

Existem, basicamente, dois tipos de regra de dedução: **equivalências e inferências.**

Equivalências permitem que as fbf's sejam reescritas mantendo o valor lógico.

Inferências permitem a dedução de novas fbf's a partir de fbf's anteriores.



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA



## Regras de equivalência

Expressão	Equivalente a	Nome
$P \vee Q$ $P \wedge Q$	$Q \vee P$ $Q \wedge P$	Comutatividade
$(P \vee Q) \vee R$ $(P \wedge Q) \wedge R$	$P \vee (Q \vee R)$ $P \wedge (Q \wedge R)$	Associatividade
$\neg(P \vee Q)$ $\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$ $\neg P \vee \neg Q$	Leis de De Morgan
$P \rightarrow Q$	$\neg P \vee Q$	Condicional
$P$	$\neg(\neg P)$	Dupla negação
$P \leftrightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	Equivalência
$P \wedge (Q \vee R)$ $P \vee (Q \wedge R)$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	Distributividade
$P \rightarrow Q$	$\neg Q \rightarrow \neg P$	Contraposição

105  
ANOS

REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA  
1909-2014



# Regras de Equivalência

Exemplo: suponha o argumento proposicional

$$(A' \vee B') \vee C$$

então uma sequência de demonstração ficaria,

1.  $(A' \vee B') \vee C$  (hipótese)
2.  $(A \wedge B)' \vee C$  (1, *De Morgan*)
3.  $(A \wedge B) \rightarrow C$  (2, condicional)



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA



## Regras de inferência

De	Deduz	Nome
$P, P \rightarrow Q$	$Q$	Modus ponens
$P \rightarrow Q, \neg Q$	$\neg P$	Modus tollens
$P, Q$	$P \wedge Q$	Conjunção
$P \wedge Q$	$P, Q$	Simplificação
$P$	$P \vee Q$	Adição
$P \rightarrow Q, Q$ $\rightarrow R$	$P \rightarrow R$	Silogismo hipotético
$P \vee Q, \neg P$	$Q$	Silogismo disjuntivo
$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	Exportação

105  
ANOS

REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA  
1909-2014



# Regras de Inferência

Se uma ou mais fbf's contidas na primeira coluna das regras de inferência, fazem parte de uma sequência da demonstração, então podemos substituí-las pela fbf contida na segunda coluna.

As regras de inferência não funcionam em ambas direções.

**Exemplo:** suponha  $A \rightarrow (B \wedge C)$  e  $A$  duas hipóteses de um argumento, uma sequência de demonstração seria:

1.  $A \rightarrow (B \wedge C)$  (hipótese)
2.  $A$  (hipótese)
3.  $B \wedge C$  (1,2, modus ponens)

(exemplo Dilma)



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

# Regras de Inferência

**Exemplo:** dê o próximo passo da demonstração e justifique.

1.  $(A \wedge B') \rightarrow C$  (hipótese)
2.  $C'$  (hipótese)
3. ?

105  
ANOS

REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA  
1909-2014

# Exemplo 1: Demonstração

Argumento:  $P_1 \wedge P_2 \rightarrow Q$

$P_1$ : “Se está chovendo, então há nuvens.”

$P_2$ : “Está chovendo.”

Q: “Há nuvens.”

Proposições:

A: Está chovendo.

B: Há nuvens

Dedução/validação:

$P_1$ :  $A \rightarrow B$

$P_2$ : A

Q: B

} *Válido?*

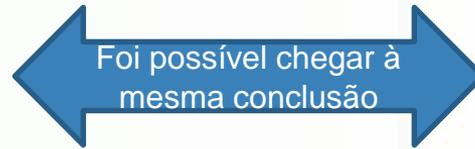


## Argumento original:

$P_1: A \rightarrow B$

$P_2: A$

Q: B



## Validade?

1.  $A \rightarrow B$  (hip, V)

2. A (hip, V)

3. B (mp, 1, 2)



O argumento é  
válido!

# Exemplo 2

Argumento:  $P_1 \wedge P_2 \rightarrow Q$

$P_1$ : “Se está chovendo, então há nuvens.”

$P_2$ : “Há nuvens.”

$Q$ : “Está chovendo.”

Proposições:

A: Está chovendo.

B: Há nuvens

Dedução/validação:

$P_1$ :  $A \rightarrow B$

$P_2$ : B

$Q$ : A



*Vamos tentar deduzir?? Não, pois não é tautologia, logo, não é um argumento válido.*



## Exemplo de Demonstração Completa

Usando lógica proposicional, prove que o argumento é válido.

$$A \wedge (B \rightarrow C) \wedge [(A \wedge B) \rightarrow (D \vee C')] \wedge B \rightarrow D$$

**Exercício 1:** provar a validade de:

$$[A \rightarrow (B \vee C)] \wedge B' \wedge C' \rightarrow A'$$

**Exercício 2:** provar a validade de:

$$A' \wedge B \wedge [B \rightarrow (A \vee C)] \rightarrow C$$

## Regras de inferência

De	Deduz	Nome
$P, P \rightarrow Q$	$Q$	Modus ponens
$P \rightarrow Q, \neg Q$	$\neg P$	Modus tollens
$P, Q$	$P \wedge Q$	Conjunção
$P \wedge Q$	$P, Q$	Simplificação
$P$	$P \vee Q$	Adição
$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	Silogismo hipotético
$P \vee Q, \neg P$	$Q$	Silogismo disjuntivo
$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	Exportação

## Regras de equivalência

Expressão	Equivalente a	Nome
$P \vee Q$ $P \wedge Q$	$Q \vee P$ $Q \wedge P$	Comutatividade
$(P \vee Q) \vee R$ $(P \wedge Q) \wedge R$	$P \vee (Q \vee R)$ $P \wedge (Q \wedge R)$	Associatividade
$\neg(P \vee Q)$ $\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$ $\neg P \vee \neg Q$	Leis de De Morgan
$P \rightarrow Q$	$\neg P \vee Q$	Condicional
$P$	$\neg(\neg P)$	Dupla negação
$P \leftrightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	Equivalência
$P \wedge (Q \vee R)$ $P \vee (Q \wedge R)$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	Distributividade
$P \rightarrow Q$	$\neg Q \rightarrow \neg P$	Contraposição



## Método Dedutivo

Suponha que o argumento que queremos provar tenha a forma

$$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \cdots \wedge P_n \rightarrow (R \rightarrow S)$$

onde a conclusão é uma implicação.

Ao invés de usar  $P_1, \dots, P_n$  como hipótese e  $R \rightarrow S$  de conclusão, o método **dedutivo** nos permite adicionar R como hipótese,

$$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \cdots \wedge P_n \wedge R \rightarrow S$$



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

## Exemplo

Use lógica proposicional para provar

$$[A \rightarrow (A \rightarrow B)] \rightarrow (A \rightarrow B)$$

e

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C) \quad (\text{silogismo hipotético})$$



INSTITUTO FEDERAL  
SANTA CATARINA

# Exercícios

Use lógica proposicional para provar

1.  $(A' \vee B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$

2.  $(A \rightarrow B) \wedge (C' \vee A) \wedge C \rightarrow B$



## Argumentos Verbais

Exemplo 1) Considere o argumento “Se as taxas de juros caírem, o mercado imobiliário vai melhorar. A taxa federal de descontos vai cair ou o mercado imobiliário não vai melhorar. As taxas de juros vão cair. Portanto, a taxa federal de descontos vai cair.

### Resolução:

**J:** A taxa de juros vai cair.

**I:** O mercado imobiliário vai melhorar.

**F:** A taxa federal de descontos vai cair.

O argumento fica:  $(J \rightarrow I) \wedge (F \vee I') \wedge J \rightarrow F$ , basta **provar se o argumento é válido.**



## Argumentos Verbais

Exemplo 2) “Meu cliente é canhoto mas, se o diário não tiver sumido, então meu cliente não é canhoto; portanto o diário sumiu.”

Exemplo 3) “Se segurança é um problema, então o controle será aumentado. Se segurança não é um problema, então os negócios na Internet irão aumentar. Portanto, se o controle não for aumentado, os negócios na Internet crescerão.”