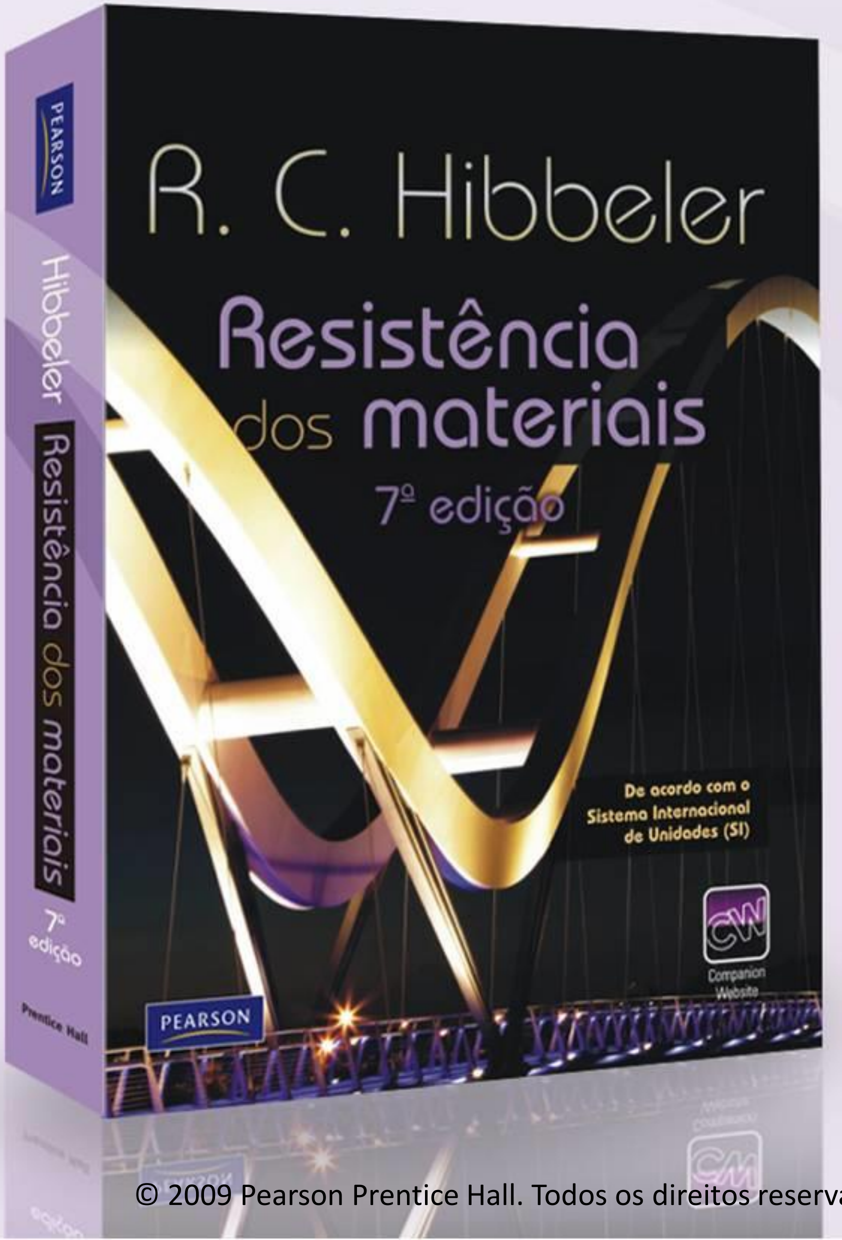
Capítulo 8

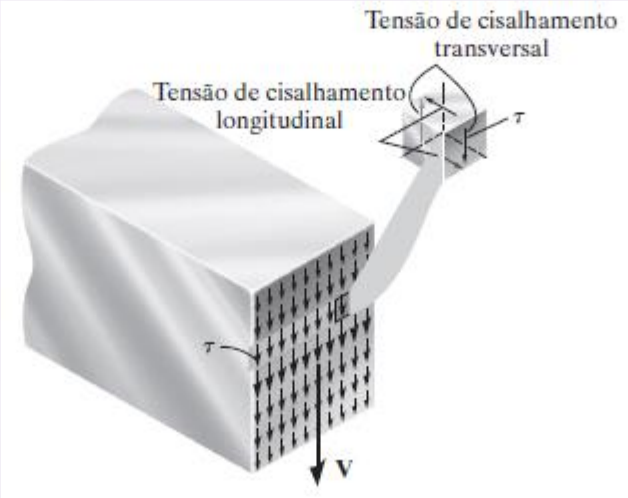
Cisalhamento transversal

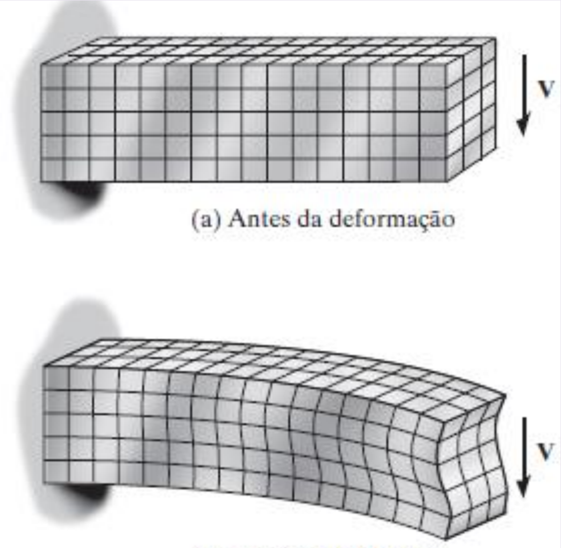


Cisalhamento em elementos retos

- Quando o cisalhamento **V** é aplicado, essa distribuição não uniforme na seção transversal fará com que ela se *deforme.*
- A relação entre o momento e o cisalhamento é

$$V = dM/dx$$





(a) Antes da deformação

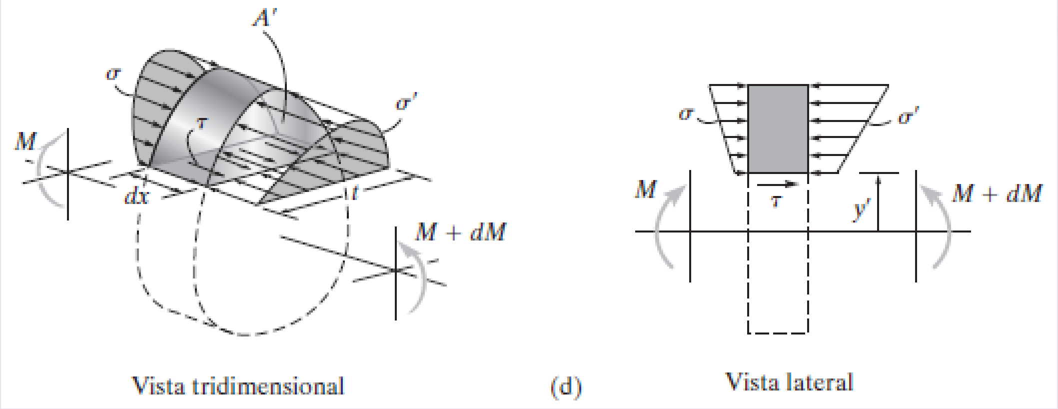
(b) Após a deformação

A fórmula do cisalhamento

- A fórmula do cisalhamento é usada para encontrar a tensão de cisalhamento na seção transversal.

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

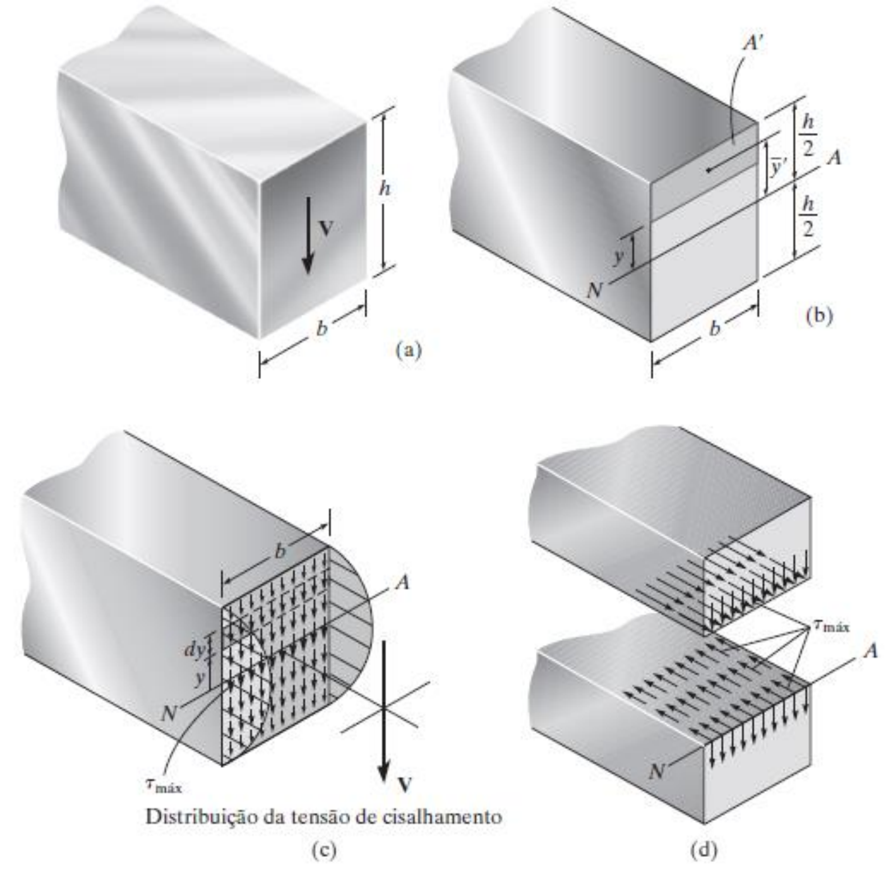
$$\text{onde } Q = \int_{A'} y\,dA = \bar{y}'A'$$



τ = tensão de cisalhamento no elemento
V = força de cisalhamento interna resultante
I = momento de inércia da área da seção transversal *inteira*
t = largura da área da seção transversal do elemento

Tensões de cisalhamento em vigas

- Para uma viga com seção transversal retangular, a *tensão de cisalhamento varia parabolicamente* com a altura. A tensão de cisalhamento máxima ocorre ao longo do eixo neutro.



Exemplo 7.1

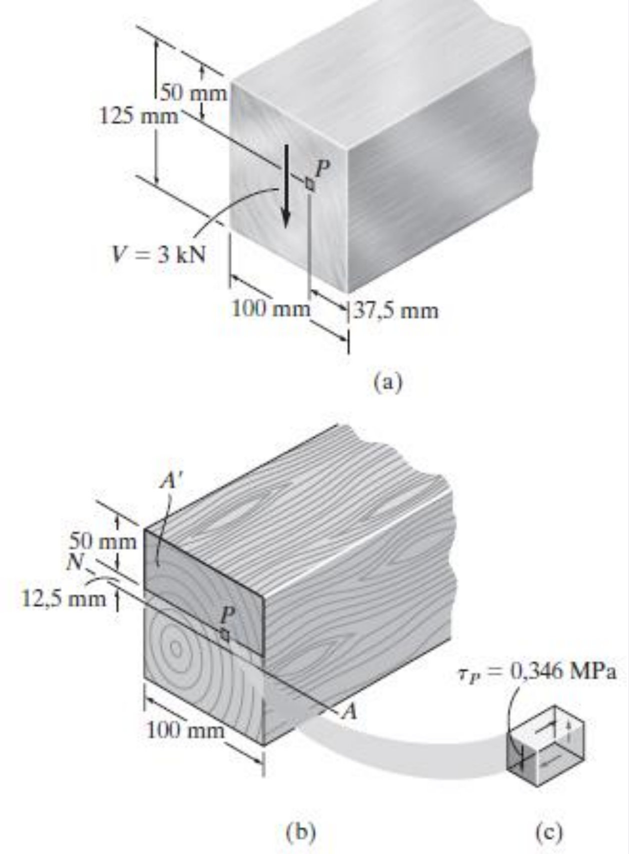
A viga é feita de madeira e está sujeita a uma força de cisalhamento vertical interna resultante V = 3 kN. (a) Determine a tensão de cisalhamento na viga no ponto P e (b) calcule a tensão de cisalhamento máxima na viga.

Solução:

(a) O momento de inércia da área da seção transversal calculado em torno do eixo neutro é

$$I = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(100)(125)^3 = 16{,}28\times10^6\ \text{mm}^4$$

$$Q = \bar{y}A' = \left[125 + \frac{1}{2}(50)\right](50)(100) = 18{,}75\times10^4\ \text{mm}^3$$

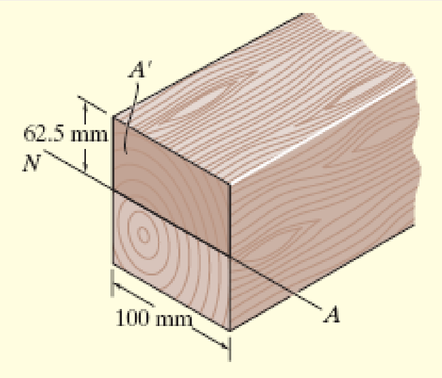


Aplicando a fórmula do cisalhamento, temos

$$\tau_P = \frac{VQ}{It} = \frac{(3)\left(18{,}75\times10^4\right)}{\left(16{,}28\times10^6\right)(100)} = 0{,}346\,\text{MPa}\ \ \text{(Resposta)}$$

(b) A tensão de cisalhamento máxima ocorre no eixo neutro, visto que *t* é constante em toda a seção transversal,

$$Q = \bar{y}'A' = \left(\frac{65,2}{2}\right)(100)(62,5) = 19,53 \times 10^4 \text{ mm}^3$$



Aplicando a fórmula do cisalhamento,

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{It} = \frac{(3)(19,53 \times 10^4)}{(16,28 \times 10^6)(100)} = 0,360 \,\text{MPa} \quad \text{(Resposta)}$$

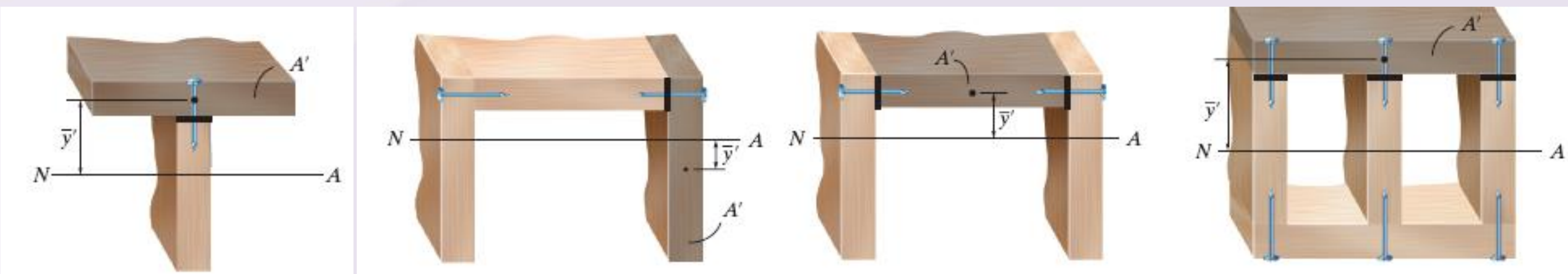
Fluxo de cisalhamento em estruturas compostas por vários elementos

- Para projetar os elementos de fixação, é necessário conhecer a força de cisalhamento à qual eles devem resistir ao longo do *comprimento* da estrutura.

$$q = \frac{VQ}{I}$$

q = fl uxo de cisalhamento
V = força de cisalhamento interna resultante
I = momento de inércia de *toda* a área da seção transversal

- Esse carregamento, quando medido como força por unidade de comprimento, é denominado **fluxo de cisalhamento *q***.



Exemplo 7.4

A viga é composta por quatro tábuas coladas. Se for submetida a um cisalhamento V = 850 kN, determine o fluxo de cisalhamento em B e C ao qual a cola deve resistir.

Solução:

O eixo neutro (centroide) será localizado em relação à parte inferior da viga,

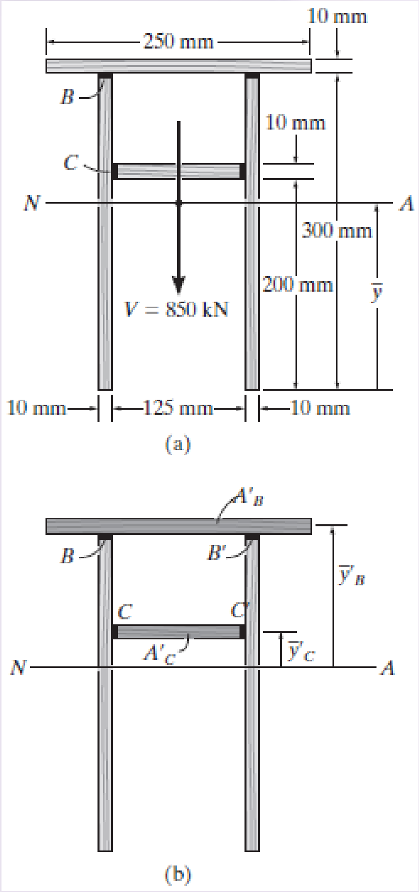
$$\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}A}{\sum A} = 0{,}1968\text{m}$$

O momento de inércia calculado em torno do eixo de inércia, é, portanto, .

$$I = 87{,}52\left(10^{-6}\right)\text{m}^4$$

Visto que a cola em *B* e *B*’ mantém a tábua da parte superior presa à viga,

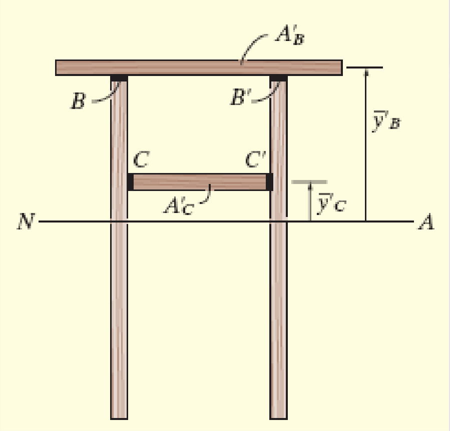
$$Q_B = \bar{y}'_B\, A'_B = [0{,}305 - 0{,}1968](0{,}250)(0{,}01) = 0{,}271\left(10^{-3}\right)\text{m}^3$$



Da mesma forma, a cola em *C* e *C*' mantém a tábua interna presa à viga, portanto

$$Q_C = \bar{y}'_C\, A'_C = [0{,}205 - 0{,}1968](0{,}125)(0{,}01) = 0{,}01026\left(10^{-3}\right)\mathrm{m}^3$$

Temos para *BB*' e *CC*'



$$q'_B = \frac{VQ_B}{I} = \frac{(850)\left(0{,}271\times10^{-3}\right)}{87{,}52\times10^{-6}} = 2{,}63\,\mathrm{MN/m}$$

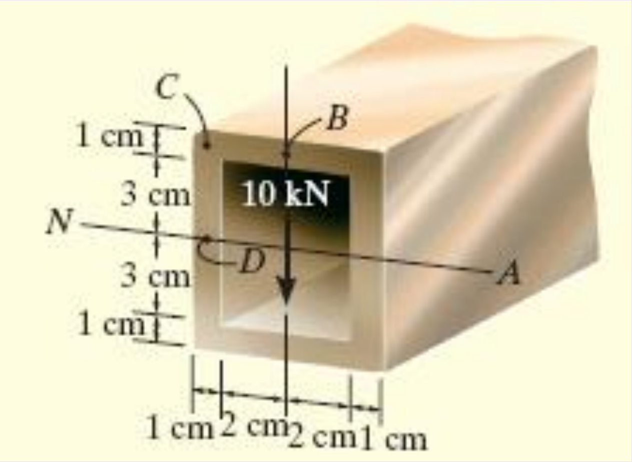
$$q'_C = \frac{VQ_C}{I} = \frac{(850)\left(0{,}01026\times10^{-3}\right)}{87{,}52\times10^{-6}} = 0{,}0996\,\mathrm{MN/m}$$

Visto que são usadas *duas linhas de junção* para prender cada tábua, a cola por metro de comprimento de viga em cada linha de junção deve ser forte o bastante para resistir à *metade* de cada valor calculado de *q*'.

$$q_B = 1{,}31\,\mathrm{MN/m} \quad \mathrm{e} \quad q_C = 0{,}0498\,\mathrm{MN/m} \quad \text{(Resposta)}$$

Exemplo 7.7

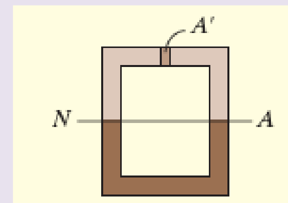
A viga-caixão de paredes finas está sujeita a um cisalhamento de 10 kN. Determine a variação do fluxo de cisalhamento em toda a seção transversal.

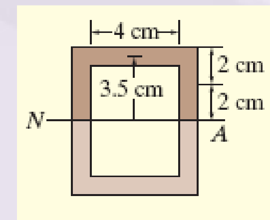


Solução:

O momento de inércia é

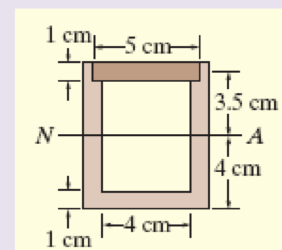
$$I = \frac{1}{12}(6)(8)^3 - \frac{1}{12}(4)(6)^3 = 184\,\mathrm{mm}^4$$





Para o ponto *B*, a área $A' \approx 0$ visto que $q'_B = 0$.

Temos
$$Q_C = \bar{y}A' = (3{,}5)(5)(1) = 17{,}5\,\mathrm{cm}^3$$
$$Q_D = \sum \bar{y}A' = 2(2)(1)(4) = 30\,\mathrm{cm}^3$$



Para o ponto *C*,

$$q_C = \frac{VQ_C}{I} = \frac{10(17{,}5/2)}{184} = 0{,}951\,\mathrm{kN/cm} = 91{,}5\ \mathrm{N/mm}$$

O fuxo de cisalhamento em *D* é

$$q_D = \frac{VQ_D}{I} = \frac{10(30/2)}{184} = 1{,}63\,\mathrm{kN/cm} = 163\,\mathrm{N/mm}$$