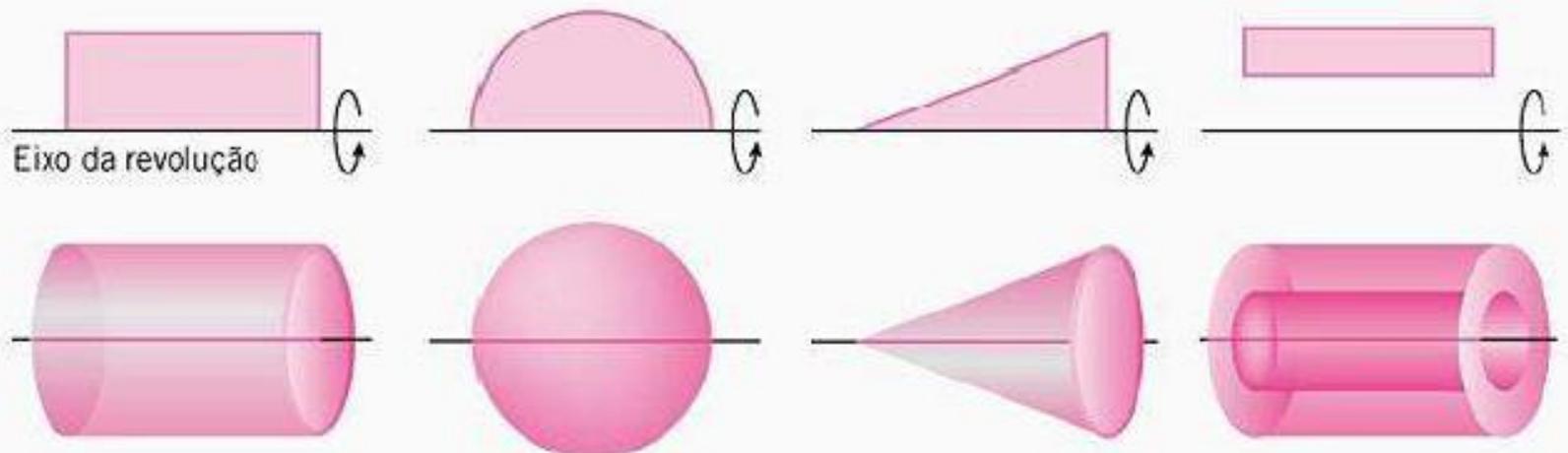


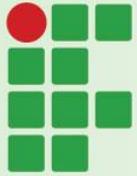
**INSTITUTO
FEDERAL**
Santa Catarina

Sólidos de Revolução

Um sólido de revolução é um sólido gerado pela rotação de uma região plana em torno de uma reta que está no mesmo plano da região. A reta é denominada eixo de revolução.



Alguns sólidos de revolução elementares

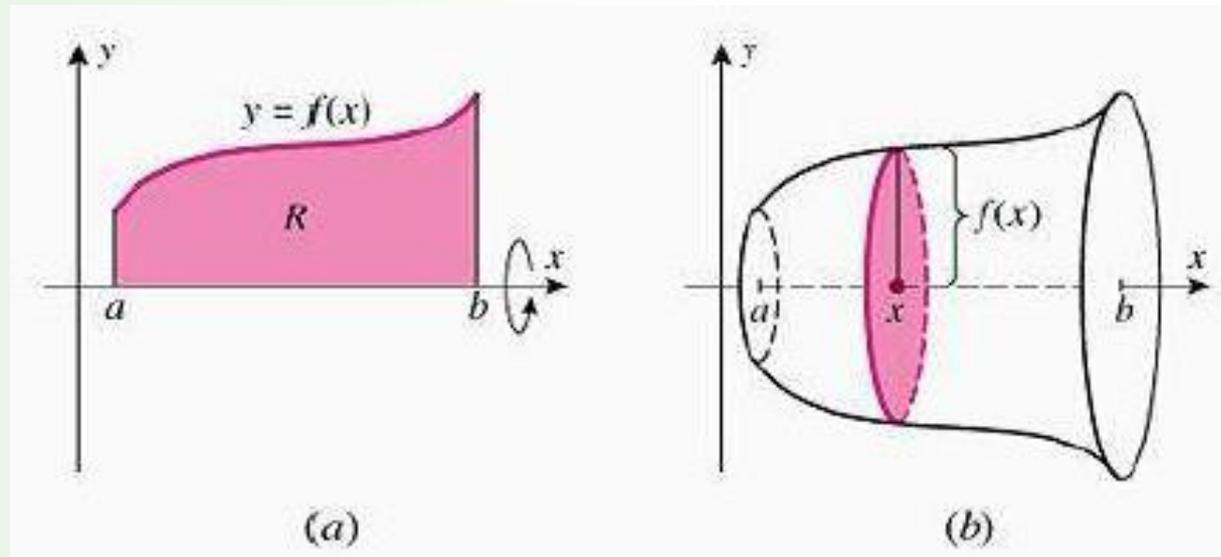


INSTITUTO
FEDERAL
Santa Catarina

Sólidos de Revolução

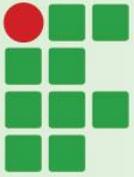
Volume por discos perpendiculares ao eixo x :

Observe que a área de um círculo é $A = \pi r^2$.



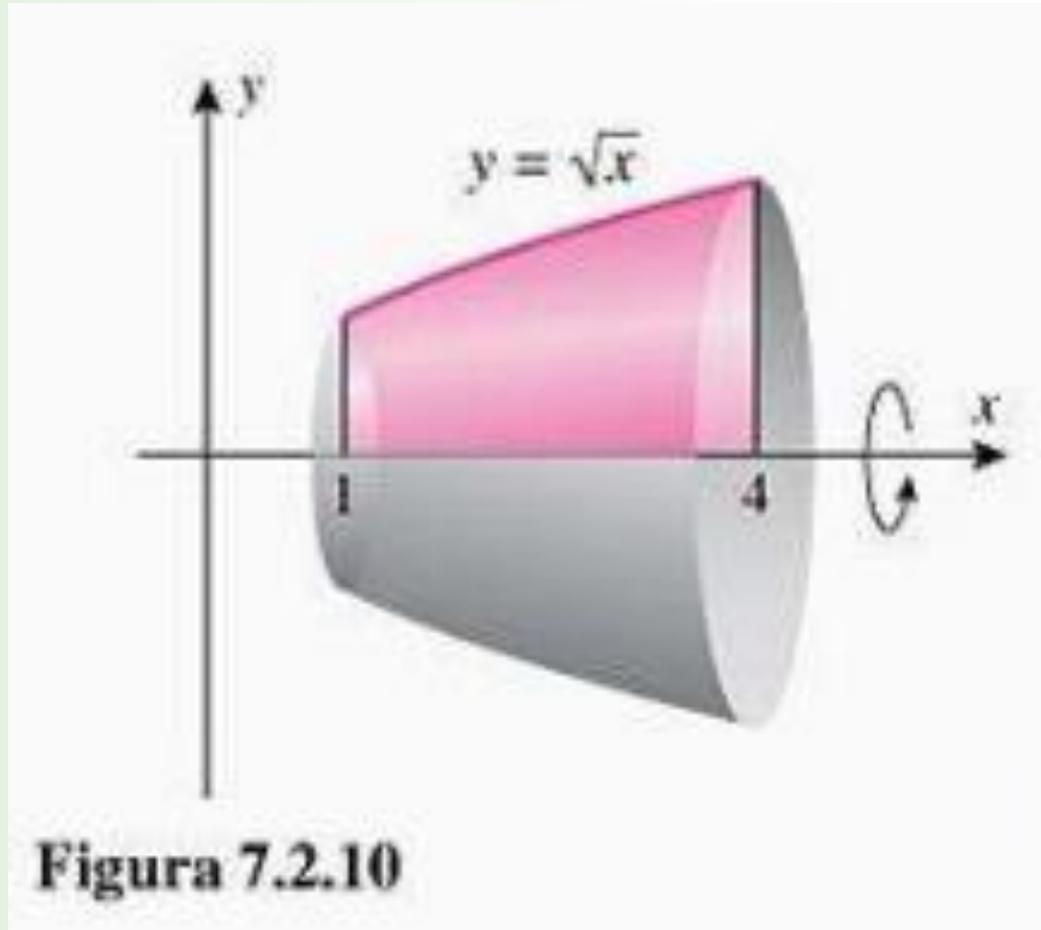
Logo a área dessa região é $A(x) = \pi[f(x)]^2$. E o volume é

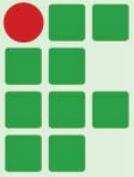
$$V = \int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$$



Sólidos de Revolução

► **Exemplo 2** Encontre o volume do sólido obtido quando a região sob a curva $y = \sqrt{x}$ e acima do intervalo $[1, 4]$ é girada em torno do eixo x (Figura 7.2.10).

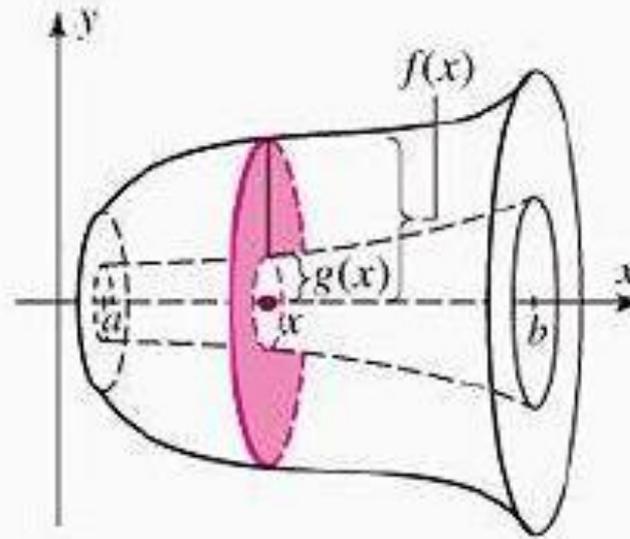




INSTITUTO
FEDERAL
Santa Catarina

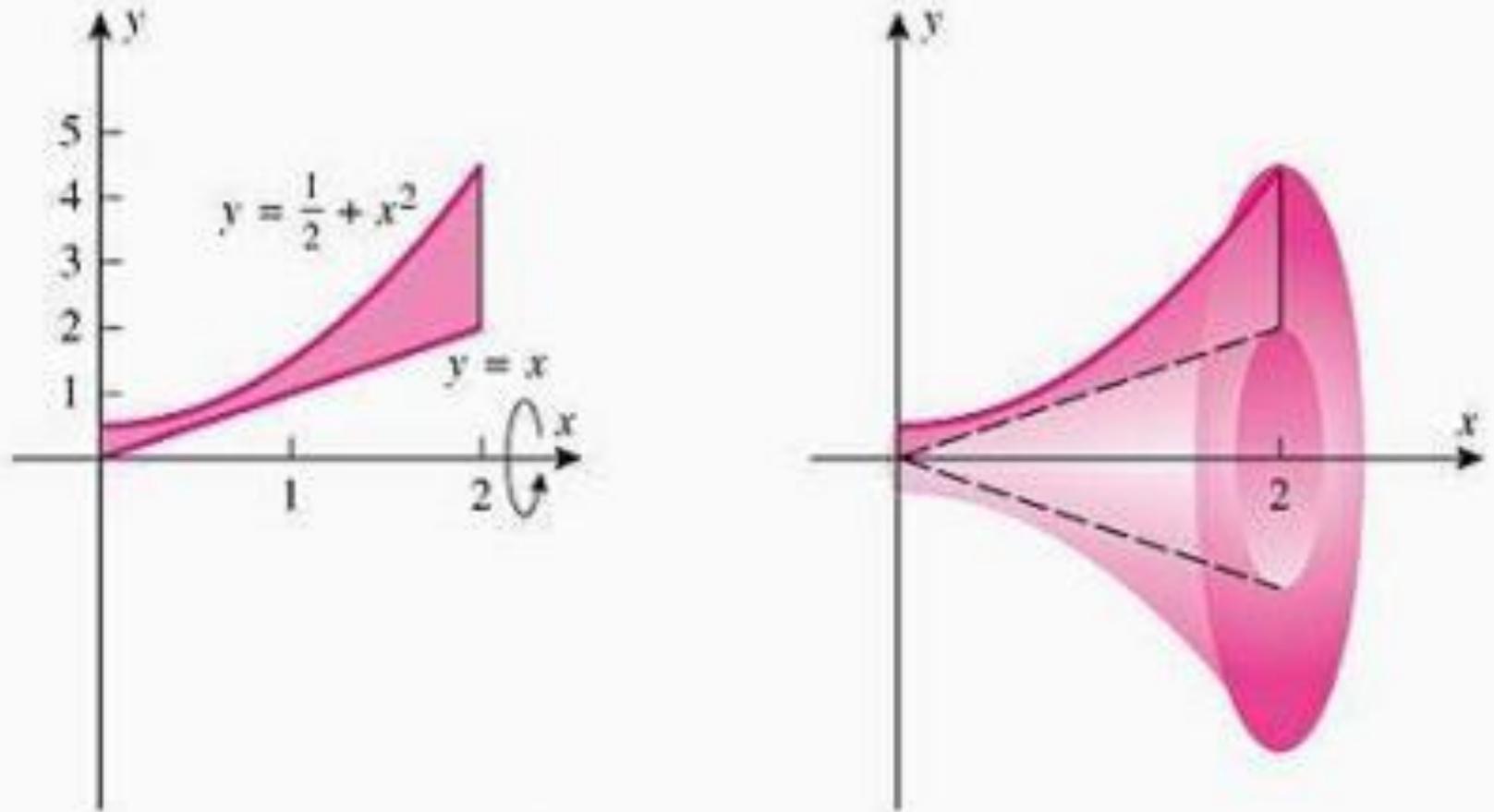
Sólidos de Revolução

Volume por arruelas perpendiculares ao eixo x :



$$V = \int_a^b (\pi[f(x)]^2 - \pi[g(x)]^2) dx$$

► **Exemplo 4** Encontre o volume do sólido gerado quando a região entre os gráficos das equações $f(x) = \frac{1}{2} + x^2$ e $g(x) = x$ que está acima do intervalo $[0, 2]$ é girada em torno do eixo x (Figura 7.2.13).



Escalas desiguais nos eixos

Figura 7.2.13

Sólidos de Revolução

Volume por discos e arruelas perpendiculares ao eixo y :

$$V = \int_a^b \pi [f(y)]^2 dy$$

$$V = \int_a^b (\pi [f(y)]^2 - \pi [g(y)]^2) dy$$

► **Exemplo 5** Encontre o volume do sólido gerado quando a região limitada por $y = \sqrt{x}$, $y = 2$ e $x = 0$ é girada em torno do eixo y (Figura 7.2.16).

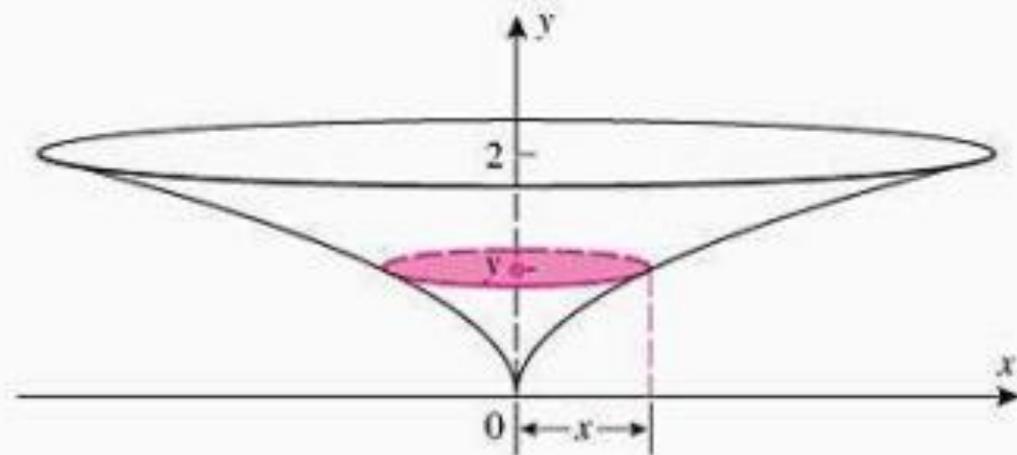
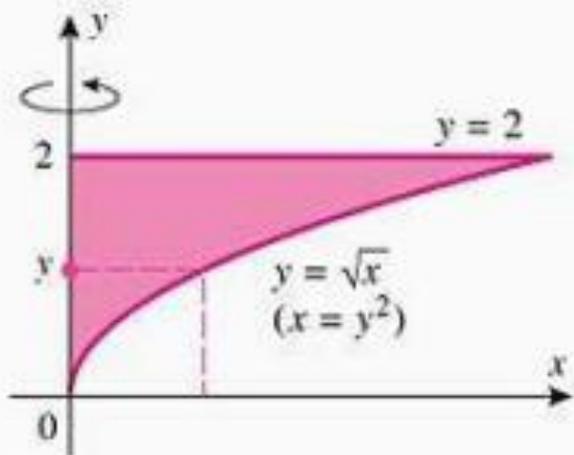
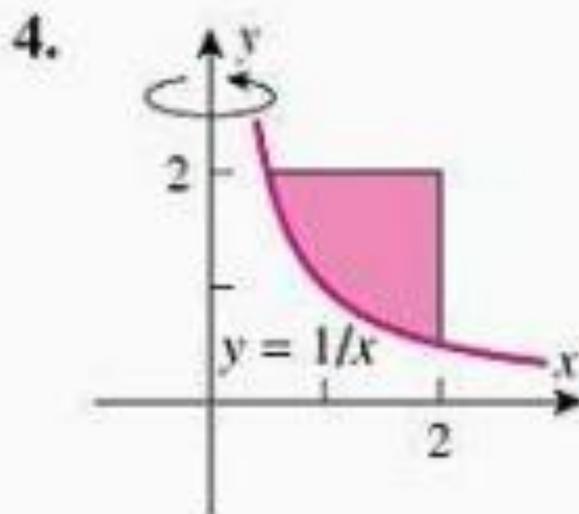
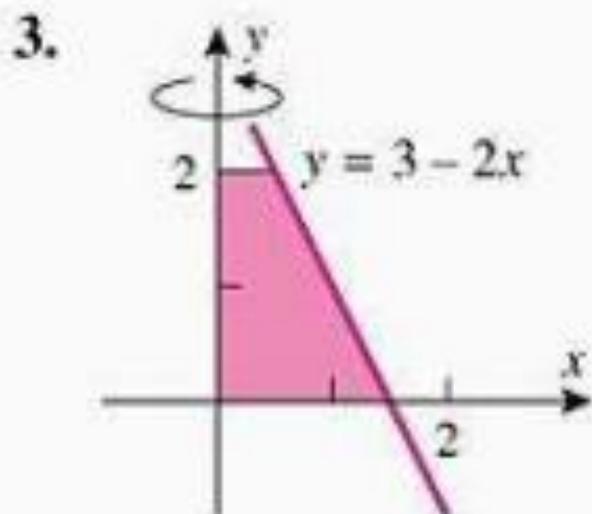
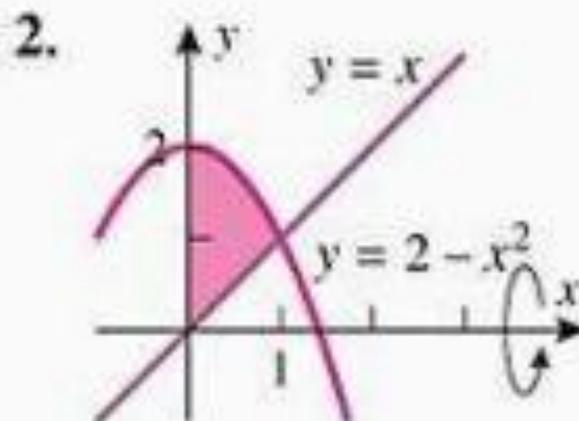
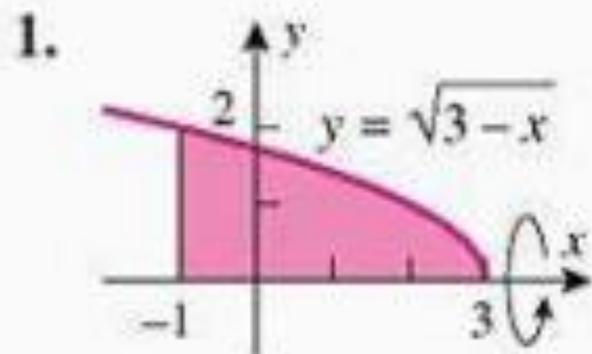


Figura 7.2.16

1-4 Encontre o volume do sólido que resulta quando a região sombreada gira em torno do eixo indicado.



5. Encontre o volume do sólido cuja base é a região delimitada pela curva $y = x^2$ e o eixo x de $x = 0$ até $x = 2$ e cujas seções transversais, tomadas perpendicularmente ao eixo x , são quadrados.

7-16 Encontre o volume do sólido que resulta quando a região delimitada pelas curvas dadas gira em torno do eixo x .

7. $y = \sqrt{\cos x}, x = \pi/4, x = \pi/2, y = 0$

8. $y = x^2, y = x^3$

9. $y = \sqrt{25 - x^2}, y = 3$

10. $y = 9 - x^2, y = 0$

11. $x = \sqrt{y}, x = y/4$

19-26 Encontre o volume do sólido que resulta quando a região delimitada pelas curvas dadas gira em torno do eixo y .

19. $x = \sqrt{1 + y}, x = 0, y = 3$

20. $y = x^2 - 1, x = 2, y = 0$

21. $x = \operatorname{cosec} y, y = \pi/4, y = 3\pi/4, x = 0$

22. $y = x^2, x = y^2$

23. $x = y^2, x = y + 2$

1. 8π 3. $13\pi/6$ 5. $32/5$ 7. $(1 - \sqrt{2}/2)\pi$ 9. $256\pi/3$
11. $2048\pi/15$ 13. 4π 15. $\pi^2/4$ 17. $3/5$ 19. 8π 21. 2π
23. $72\pi/5$ 25. $\frac{\pi}{2}(e^2 - 1)$ 27. $4\pi ab^2/3$ 29. π